

Adatbázis és szoftverfejlesztés elmélet

Témakör 8.

Összefoglalás

Programozási tételek

1. Egy sorozathoz egy érték hozzárendelése

Az összegzés tétele

Adott egy számsorozat. Számoljuk és írassuk ki az elemek összegét. A sorozatot most és a továbbiakban is az N elemű $A[N]$ vektorban (tömbben) tároljuk.

Az algoritmus:

Eljárás Összegzés

$s:=0$

Ciklus $i:=1$ -től N -ig

$s:=s+A[i]$ //az s -be tegyük be s korábbi értékének és az $A[i]$ -nek az összegét

Ciklus vége

Ki: s

Eljárás vége

Végig olvassuk az összes számot és összeadjuk őket az s nevű változóba. Vigyázni kell, hogy az összegzés megkezdése előtt az s -nek az értéke 0 legyen, hiszen nem tudhatjuk, hogy korábban milyen értéke volt. Ellenkező esetben rossz eredményt kaphatunk!

Az eldöntés tétele

Adott egy N elemű sorozat és egy, a sorozat elemein értelmezett T tulajdonság (pl. a kettővel való oszthatóság, vagy a számjegyek összege prímszám, stb.). Az algoritmus eredménye: annak eldöntése, hogy van-e a sorozatban legalább egy T tulajdonsággal rendelkező elem.

Az algoritmus:

Eljárás Eldönt

$i:=1$

Ciklus amíg $i \leq N$ És $A[i]$ nem T tulajdonságú

$i:=i+1$

Ciklus vége

VAN:= $i \leq N$ // Van értéke igaz, ha $i \leq N$ igaz, egyébként hamis

Eljárás vége

Vesszük sorban az elemeket (ezért nő i mindig eggyel), és ezt addig csináljuk, amíg nem találunk megfelelő tulajdonságú elemet vagy már nincs több elem (éppen ez van leírva a ciklusfeltételben)

A kiválasztás tétele

Adott egy N elemű sorozat és egy, a sorozat elemein értelmezett T tulajdonság, valamint azt is tudjuk, hogy a sorozatban van legalább egy T tulajdonságú elem. A feladat ezen elem sorszámának meghatározása.

Az algoritmus:

Eljárás Kiválasztás

$i := 1$

Ciklus amíg $A[i]$ nem T tulajdonságú //nincs szükség az $i \leq N$ vizsgálatra, mert biztosan van ilyen elem

$i := i + 1$

Ciklus vége

Sorsz:= i // a T tulajdonságú elem sorszáma kerül a Sorsz nevű változóba

Eljárás vége

Nincs szükség arra, hogy megvizsgáljuk: van-e még elem. Ha megtaláltuk a T tulajdonságú elemet, akkor a ciklus megáll, és már csak az i értékét kell lekérdeznünk. Az eredmény a Sorsz-ban lesz.

A megszámlálás tétele

Rendelkezésre áll egy N elemű sorozat, és egy, a sorozat elemein értelmezett T tulajdonság. Most a T tulajdonsággal rendelkező elemek megszámlálása és kiírása a feladat.

Az algoritmus:

Eljárás Megszámlálás

$s := 0$ // nem szabad elfelejteni

Ciklus $i := 1$ -től N -ig

Ha $A[i]$ T tulajdonságú **akkor** $s := s + 1$ // s értékét növeljük eggyel

Ciklus vége

Ki: s

Eljárás vége

A szélsőérték-kiválasztás tételei

a) A maximum-kiválasztás tétele

Ebben az esetben egy N elemű sorozat legnagyobb elemét kell megtalálni.

Az algoritmus:

Eljárás Maximum

Max:=A[1]

Ciklus j:=2-től N-ig

Ha $Max < A[j]$ akkor Max:=A[j]

Ciklus vége

Ki: Max

Eljárás vége

Vesszük a sorozat első elemét. Ezek után ehhez az elemhez hasonlítjuk a többi elemet. Ha azonban találunk ettől az elemtől nagyobb számot, akkor innentől kezdve már a megtalált nagyobb számhoz hasonlítjuk a többi elemet. Vagyis amikor találtunk az eddig megvizsgáltak közül kiválasztott legnagyobbtól (ez van a Max változóban) nagyobbat ($A[j]$), akkor azonnal berakjuk a Max-ba, és innentől kezdve ez a legnagyobb.

b) A minimum-kiválasztás tétele

Ebben az esetben egy N elemű sorozat legkisebb elemét kell megtalálni.

Az algoritmus:

Eljárás Minimum

i:=1

Ciklus j:=2-től N-ig

Ha $A[i] > A[j]$ akkor i:=j

Ciklus vége

Ki: A[i]

Eljárás vége

A megoldás majdnem azonos az előzővel, de most a legkisebb elem indexét tároljuk és nem magát az elemet. Ez azért lehet előnyös, mert ha például a sorozat elemei nagy számok, vagy valós számok, akkor ezek tárolása több helyet foglal a memóriában mint az index tárolása, ami mindig egész. Természetesen, a Ha utasítás feltételében a relációjel megfordul (>), hiszen most a legkisebb elemet keressük.

A keresési tételek

a) **A lineáris keresés tétele**

Rendelkezésre áll egy N elemű sorozat, és egy, a sorozat elemein értelmezett T tulajdonság. Olyan algoritmust kell írni, amely eldönti, hogy van-e T tulajdonságú elem a sorozatban, s ha van, akkor megadja a sorszámát (ennyivel több mint az eldöntés tétele).

Az algoritmus:

Eljárás Lin_Keresés

i:=1

Ciklus amíg $i \leq N$ És A[i] nem T tulajdonságú

i:=i+1

Ciklus vége

Van:= $i \leq N$

Ha van akkor Ki: i

Eljárás vége // csak egy elemet keres

b) **A logaritmikusan rendezett keresés tétele**

Rendelkezésre áll egy N elemű növekvő sorrendbe rendezett (!!!!!) sorozat és egy keresett elem (X). Olyan algoritmust kell írni, amely eldönti, hogy szerepel-e a keresett elem a sorozatban, s ha igen, akkor megadja a sorszámot.

Most kihasználjuk, hogy a sorozat rendezett. Ez alapján bármely elemről el tudjuk dönteni, hogy a keresett elem előtte vagy utána van-e, esetleg megtaláltuk. Az eljárás lényegének megértéséhez tudni kell, hogy az E és az F változóknak kiemelt szerepük van: mindig annak a részintervallumnak az alsó és felső végpontjai, amelyben a keresett elem benne van.

Az algoritmus:

Eljárás Log_Keresés

E:=1: F:=N

Ciklus // K-ban lesz az intervallum közepe

$K := (E+F) \text{ DIV } 2$ // A DIV továbbra is egész osztás

Ha $A[K] < X$ **akkor** $E := K+1$

Ha $A[K] > X$ **akkor** $F := K-1$

Amíg $E > F$ **vagy** $A[K] = X$ // Ha összeért a két részintervallum, vagy megtaláltam, akkor vége

$\text{Van} := E \leq F$

Ha van akkor $\text{Sorsz} := K$

Eljárás vége

Pld. Legyen a sorozat 1, 2, 6, 8, 12, 22, 27 és a keresett elem a 22.

Mivel $E=1$ és $F=7$ ezért $K=4$, ezért az első lépésben a $(1+7) \text{ DIV } 2$, azaz a 4. elemét, a 8-at hasonlítjuk a keresetthez, vagyis a 22-höz. Mivel a $8 < 22$ ezért A egyenlő lesz öttel ($K+1$), így most már csak az 5. és a 7. elem között keressük a 22-t, vagyis egy hasonlítással „átvizsgáltuk” a sorozat felét.

2. Egy sorozathoz egy sorozat hozzárendelése

A kiválogatás tétele

Egy N elemű sorozat összes T tulajdonsággal rendelkező elemét kell meghatározni. Gyűjtsük a kiválogatott elemek sorszámait a B vektorban!

Az algoritmus:

Eljárás Kiválogat

$j := 0$ // Nem szabad elfelejteni

Ciklus $i := 1$ -től N -ig

Ha $a[i]$ T tulajdonságú **akkor**

$j := j+1$

$B[j] := i$ // a sorszámot tároljuk

Elágazás vége

Ciklus vége

Eljárás vége

Itt is azért tároljuk az indexeket, mert így kevesebb helyet foglal a B[] vektor a memóriából. Ha ki is kell írni az A[] vektor T tulajdonságú elemeit, akkor az a következőképpen történhet:

Ciklus i:=1-től j-ig // azért megy j-ig a ciklus, mert b-nek j db eleme van

Ki: A[B[i]]

Ciklus vége

Az A[B[i]] az a vektor B[i]-edik elemét jelenti. Ha pl. i=1 és a B[i] (a B vektor i-edik eleme) egyenlő 5, akkor A[5]-öt, azaz a vektor 5. eleme kerül kiírásra.

3. Több sorozathoz egy sorozat hozzárendelése

Rendezés minimum-kiválasztással

A módszer lényege:

A felesleges cserék kiküszöbölése érdekében két segédváltozó bevezetésére van szükség. Az ÉRTÉK nevű változó tartalmazza az adott menetben addig megtalált legkisebb elemet, az index pedig annak vektorbeli sorszámát, indexét. Az A vektor elemeit mindig az ÉRTÉK változó tartalmával hasonlítjuk össze. Ha ÉRTÉK-nél kisebb elemet találunk, azt betesszük az ÉRTÉK nevű változóba és az index-ben megjegyezzük a szóban forgó elem indexét. A menet végére az ÉRTÉK a vektor soron következő legkisebb elemét tartalmazza, az index pedig azt a sorszámot, ahol ezt az elemet találtuk. Csak a menet utolsó lépésében van szükségünk cserére, amikor az ÉRTÉK-ben lévő legkisebb elemet a helyére tesszük.

Az algoritmus:

Eljárás MinKivRend

Ciklus cikl:=1-től N-ig

index:=cikl; ÉRTÉK:=A[cikl]

Ciklus j:= cikl+1-től N-ig

Ha ÉRTÉK>A[j] **akkor** ÉRTÉK:=A[j]; index:=j

Ciklus vége

A[index]:=A[cikl]; A[cikl]:=ÉRTÉK

Ciklus vége

Eljárás vége

Rendezés maximum-kiválasztással

Az algoritmus:

Eljárás MaxKivRend

$r:=n$

Ciklus amíg $r>1$

$i:=1$; $m:=A[1]$; $k:=1$

Ciklus amíg $i<r$

Ha $A[i]>m$ akkor

$M:=A[i]$; $k:=i$

Elágazás vége

$i:=i+1$

Ciklus vége

$A[k]:=A[r]$; $A[r]:=m$

$r:=r-1$

Ciklus vége

Eljárás vége

Buborékos rendezés

A módszer lényege

Végigmenve az adatsort tartalmazó vektoron minden szomszédos elempárt növekvő sorrendbe rakunk, azaz meghagyjuk helyükön, vagy megcseréljük őket aszerint, hogy jó sorrendben voltak vagy sem. Egy ilyen menet végén a legnagyobb elem a vektor végére kerül. Ugyanezt a páronkénti cserét végrehajtjuk a még rendezetlen $A[1..(n-1)]$ részvektoron. Ezzel a második legnagyobb elem az $A[n-1]$ elem helyére kerül. Addig folytatjuk az egyre rövidebb rendezetlen sor párcseréit, míg minden elem a helyére kerül. Egy menetben a maradék sor legnagyobb eleme, mint egy buborék halad végig az adatsoron. Innen származik a módszer neve.

Az algoritmus:

Eljárás Buborék

$r:=n$; csere:=**hamis**

Ciklus amíg $r>1$ és Nem csere

csere:=**igaz**

Ciklus i:=1-től r-1-ig

Ha $A[i] > A[i+1]$ **akkor** //itt a páronkénti összehasonlítás

Csere(A[i], A[i+1])

cser:=**hamis**

Elágazás vége

i:=i+1

Ciklus vége

r:=r-1

Ciklus vége

Eljárás vége

A buborékrendezési algoritmust a következőképpen javíthatjuk: A módszer azon az észrevételre alapul, hogy egy menetnek az eredményeként a maximális elem a sor végére kerül. Eszerint a menet közbeni adatcseréket megtakaríthatjuk, ha a maximális elemet és annak helyét megállapítjuk és csak a menet végén egyetlen cserével tesszük a helyére. Ezt a módszert maximum-kiválasztásos rendezésnek nevezzük.

A metszetképzés tétele

Rendelkezésünkre áll egy N és egy M elemű halmaz az A[] és B[] vektorokban. Készítsük el a két halmaz metszetét a C[] vektorba. (Két halmaz metszetébe azok az elemek tartoznak, amelyek mindkettőben szerepelnek.)

Az algoritmus:

Eljárás Metszet

szamol:=0

Ciklus i:=1-től N-ig // vesszük A[] elemeit

j:=1

Ciklus amíg $j \leq M$ és $A[i] \neq B[j]$ //amíg nincs az A[i]-vel egyező, vagy van még elem

j:=j+1 // vesszük B[] elemeit

Ciklus vége

Ha $j \leq M$ **akkor** // ha volt egyező eleme

szamol:=szamol+1; C[szamol]:=A[i] //betessük C[] vektorba

Elágazás vége

Ciklus vége

Eljárás vége

Vesszük az egyik halmaz (A) elemeit sorban, először az elsőt, majd a másodikat, stb. (ezért indul az első ciklus). Majd a másik halmaz (B) elemeit olvassuk, de csak addig, amíg van a halmaznak meg nem vizsgált elme vagy nem találtunk az A-belivel egyezőt. Ellenkező esetben befejezzük az olvasást, azaz vége a ciklusnak. Ha még nem olvastuk végig a B halmazt ($j \leq M$) az csak azért lehet, mert találtunk közös elemet. Ezt az elemet rakjuk C[] vektorba.

Az egyesítés (unióképzés) tétele

Rendelkezésre áll egy N és egy M elemű halmaz, az A[] és a B[] vektorban ábrázolva. Készítsük el a két halmaz egyesítését a C vektorba! Két halmaz egyesítésében azok az elemek tartoznak, amelyek legalább az egyikben szerepelnek.

Az algoritmus:

Eljárás Unió

Ciklus i:=1-től N-ig

C[i]:=A[i] // először az A[] elemei átkerülnek a C[]-be

Ciklus vége

szamol:=N

Ciklus j:=1-től M-ig

i:=1

Ciklus amíg $i \leq N$ és $A[i] \neq B[j]$ // B[]-beli elemhez keresünk A[]-ból

i:=i+1

Ciklus vége

Ha $i > N$ **akkor** //ha nincs közös elem

szamol:=szamol+1

C[szamol]:=B[j] //akkor berakjuk az elemet C[]-be

Elágazás vége

Ciklus vége

Eljárás vége

Ha ki is szeretnénk írni C[]-t, akkor ahhoz célszerű ciklust szervezni:

Ciklus cikl:=1–**től** szamol-ig //szamol eleme van C[]-nek

Ki: C[cikl]

Ciklus vége

Az algoritmus csak abban tér el a metszetképzéstől, hogy először az A[] vektor tartalmát bemásoljuk C[]-be (így annak már N eleme van) majd B[] minden egyes eleméhez (ezért megy a ciklus M-ig) keresünk A[]-beli egyezőt. Ha nem találunk (azaz $i > M$), akkor rakjuk C[]-be B[j]-t.

Az összefuttatás tétele

Rendelkezésre állnak két rendezett sorozat elemei. Állítsunk elő egy sorozatot úgy, hogy az eredeti sorozatok minden elem szerepeljen benne, és ez a sorozat is rendezett legyen! A feladat tulajdonképpen az uniótétel speciális esete: uniót kell előállítani úgy, hogy a rendezettség megmaradjon. A két sorozat: A[N], B[M]

Az eredmény: C[N+M]. A megoldásban a $+\alpha$ jelöli a számítógépen ábrázolható legnagyobb értéket. Ezt alkalmazzuk végjelként a megoldás egyszerűsítése érdekében.

Az algoritmus:

Eljárás Összefuttat

i:=1: j:=1: k:=0

A[N+1]:= $+\alpha$: B[M+1]:= $+\alpha$

Ciklus amíg $i < N+1$ **vagy** $j < M+1$

K:=k+1

Elágazás

A[i]<B[j] esetén C[k]:=A[i]: i:=i+1

A[i]>B[j] esetén C[k]:=B[j]: j:=j+1

A[i]=B[j] esetén C[k]:=A[i]: i:=i+1: j:=j+1

Elágazás vége

Ciklus vége

Eljárás vége

Mivel elképzelhető, hogy egyik vektor elemei elfogynak, így csak a másikkól kell olvasni az elemeket és rakni át C[]-be. Ezért rakjuk a vektorok utolsó értékes eleme után a lehető legnagyobb értéket, hiszen így a másik vektorban minden elem kisebb lesz ettől a nagy értéktől, vagyis már csak az értékes elemeket tartalmazó vektort olvassuk.