

## Logikai függvények egyszerűsítése

### Term

A logikában azon szimbólumokat, melyeket állandókból, változókból, vagy függvényekből állítunk elő, termeknek nevezzük.

### Minterm

Azon logikai függvények, szabályos alakjának független változóit hívjuk így, amelyek között **ÉS** kapcsolat áll fenn. Pl.:  $A \cdot B \cdot C$

### Maxterm

Azon logikai függvények, szabályos alakjának független változóit hívjuk így, amelyek között logikai **VAGY** kapcsolat van. Pl.:  $A+B+C$

### Ponált

Állítás:  $A$

### Negált

Tagadás:  $\bar{A}$

### Diszjunktív normál (kanonikus) forma (alak)

Az „ÉS” kapcsolatok „VAGY” kapcsolatai:  $A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$

### Konjunktív normál (kanonikus) forma (alak)

A „VAGY” kapcsolatok „ÉS” kapcsolatai:  $(A+B) \cdot (C+D)$

### Karnaugh-tábla

A Karnaugh-tábla az igazságtáblázat „célszerűen átalakított”, mintermes változata. A változókat a tábla szélein tüntetjük fel, és a hozzájuk tartozó 0 illetve 1 értékek a mellettük lévő sorokra, ill. oszlopokra vonatkoznak. Így minden változó kombinációnak egy-egy elemi négyzetet feleltetünk meg.

A „0” a tagadást, az „1” az állítást jelenti, a sorrend kötött (**00, 01, 11, 10**)!

### Kétféltváltozós Karnaugh-tábla (4 rekesz)

	$B$	0	1
$A$	0	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
	1	$A\bar{B}$	$AB$

(m)

### Háromváltozós Karnaugh-tábla (8 rekesz)

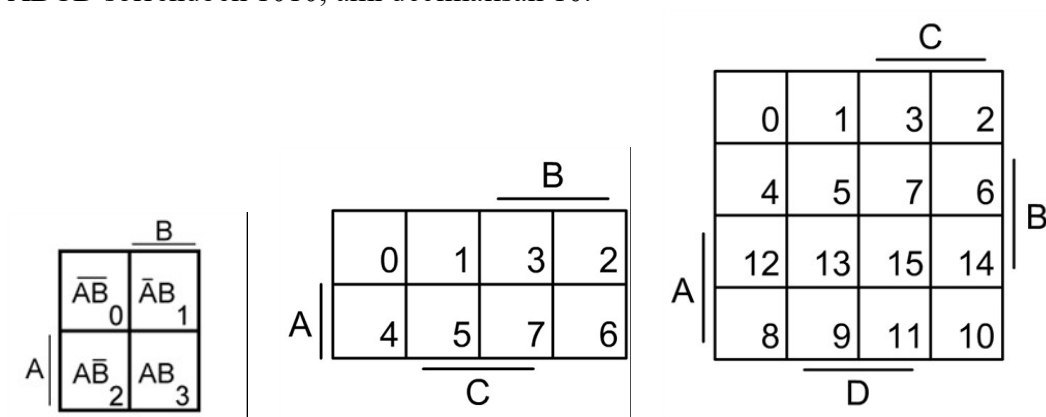
		BC			
		00	01	11	10
A	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
	1	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	$ABC$

### Négyváltozós Karnaugh-tábla (16 rekesz)

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11				
	10				

### Veitch-tábla (mintermes)

Sokban hasonlít a Karnaugh-táblához, azokban a sorokban és oszlopokban, ahol vonalka jelölés (súlyozás) van, a független változó „1”értékű. A cellákban a decimális számokat úgy kapjuk, hogy a Karnaugh-tábla éleinél lévő bináris értékeket átváltjuk. Pl.: a jobb alsó cella ABCD sorrendben 1010, ami decimálisan 10.



(Alkalmaznak maxtermes Veitch-táblát is, ott máshol vannak a súlyozások!)

### Igazságtáblázatból Karnaugh-tábla

Igazságtáblázatból Karnaugh-táblát úgy készítünk, hogy ahol az igazságtáblázatban a kimeneti érték „Y=1”, azt a cellát kikeressük a táblán, és oda „1” írunk.

		BC			
	A	00	01	11	10
ABC Y	0			1	
000 0					
001 0	1		1	1	1
010 0					
011 1					
100 0					
101 1					
110 1					
111 1					

### Diszjunktív normál formájú egyenletből Karnaugh-tábla

Első lépésként, ha az egyenlet nem teljes, azt ki kell egészíteni! Ha valamely változó nem szerepel valamelyik mintermben, kiegészítjük a ponált és a negált változatával is külön-külön termben.

$$F^4 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}BCD + ABCD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}D + BCD + \bar{A}\bar{C}\bar{D}$$

A fenti egyenletben az utolsó három term csak három változós, így azokat kiegészítjük:  
 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}BCD + ABCD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}D + ABC\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$

Ebből már elkészíthető a tábla, kikeressük a mintermek celláit a Karnaugh-táblán, és oda „1” írunk.

		CD			
	AB	00	01	11	10
00		1			1
01		1	1	1	1
11		1	1	1	1
10			1	1	

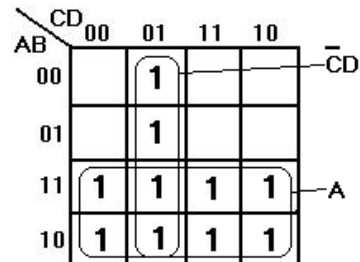
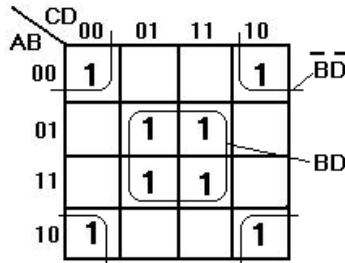
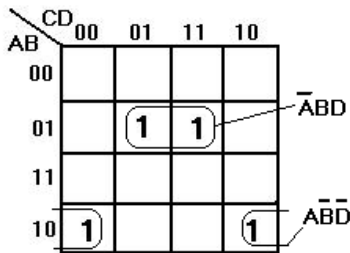
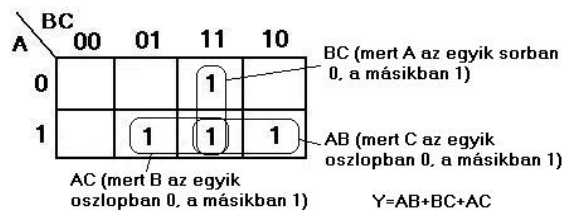
### Karnaugh-táblás egyszerűsítés

Az egyszerűsítés lényege, hogy szimmetrikus párokat, négyeseket, nyolcasokat keresünk, ezeket hurkokkal összejelöljük. Ha egy ilyen hurokban valamely változó „1” és „0” értéke is szerepel, az kiesik, a maradékot leírjuk. Egy „1”-es több csoportban is szerepelhet.

		CD				
	AB	00	01	11	10	
00		1			1	$\bar{A}\bar{D}$
01		1	1	1	1	
11		1	1	1	1	B
10			1	1		AD

Az egyszerűsített megoldás:  $F^4 = AD + \bar{A}\bar{D} + B$

## Példák egyszerűsítésekre



## Feladatok

Ábrázoljuk a következő függvényeket Karnaugh-táblán, majd egyszerűsítsük!

$$Q = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} \quad Q = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$

$$Q = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB \quad Q = \bar{A}C + BC + \bar{A}\bar{B}C \quad Q = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$Q = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \quad Q = \bar{A}\bar{B} + BD + \bar{A}C \quad Q = ABCD + \bar{A}\bar{B} + C\bar{D}$$

**TIPP!** Androidos okostelefonra ingyenesen letölthető a „**BOOLE**” alkalmazás, ami átváltja a mintermes alakot maxtermesre, és vissza, leegyszerűsít, igazságtáblázatot, Karnaugh-táblát készít.